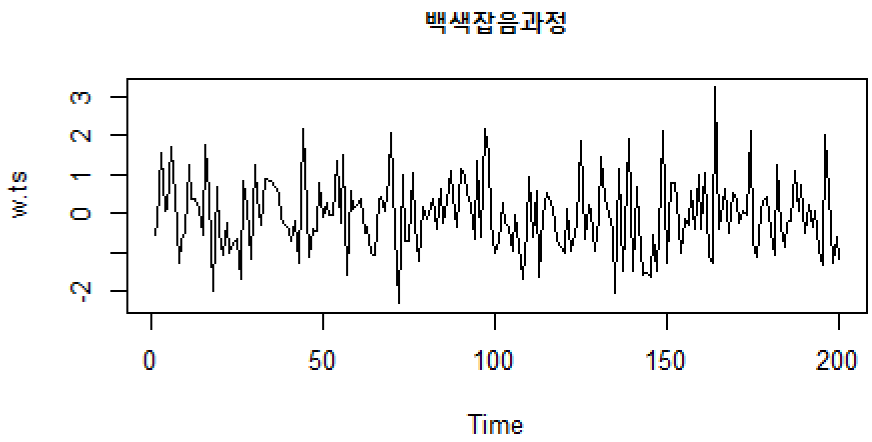
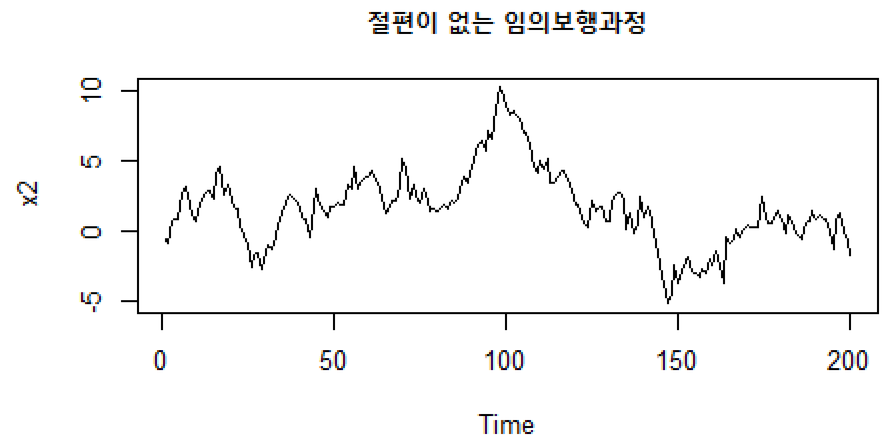
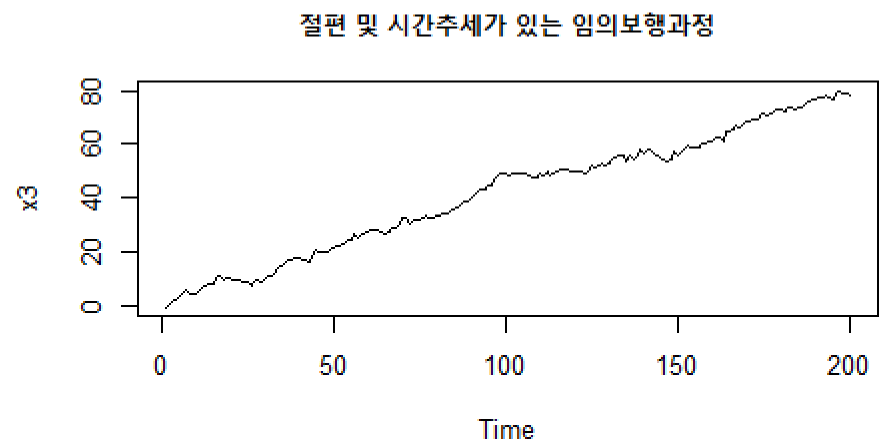
제8강 불안정시계열

1. Random walk
2. 시계열의 지속성
3. 추세안정 및 차분안정
4. 가성회귀
5. 단위근
6. 공적분

1. Random walk







- 경기순환에 대한 전통적인 견해(conventional wisdom)은 경기순환은 장기추세수준으로부터 이탈인데 이 이탈은 일시적인 것이며 다시 장기추세로 복귀한다는 것인데 이를 평균회귀경향(mean reverting behavior)이라고 함

(1) 안정시계열

$$y_t = \alpha + \beta y_{t-1} + e_t, -1 < \beta < 1$$

$$\begin{aligned} y_{t+1} &= \alpha + \beta y_t + e_{t+1} \\ &= \alpha + \beta(\alpha + \beta y_{t-1} + e_t) + e_{t+1} \\ &= \alpha + \beta\alpha + \beta^2 y_{t-1} + \beta e_t + e_{t+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_{t+2} &= \alpha + \beta y_{t+1} + e_{t+2} \\ &= \alpha + \beta(\alpha + \beta\alpha + \beta^2 y_{t-1} + \beta e_t + e_{t+1}) + e_{t+2} \\ &= \alpha + \beta\alpha + \beta^2\alpha + \beta^3 y_{t-1} + \beta^2 e_t + \beta e_{t+1} + e_{t+2} \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$y_{t+j} = \alpha + \beta\alpha + \dots + \beta^j\alpha + \beta^{j+1} y_{t-1} + \beta^j e_t + \dots + e_{t+j}$$

$\beta^j \rightarrow 0$ as $j \rightarrow \infty$ (무한히 시간이 흐른 뒤 y값에 미치는 현재충격 e_t의 영향은 결국에는 0이 됨)

⇒ 현재의 충격은 미래의 y값에 관한 예측치에 아무런 영향을 미치지 못함

⇒ 따라서 어느 시기에 충격이 발생하여 y값이 평균 이하로 감소하면 미래의 어느 기간에 걸쳐서 y의 증가율이 일시적으로 평균수준 보다 더 높아야 y가 평균수준을 회복하여 현재의 충격이 무한미래의 y에 미치는 영향이 소멸됨(평균회귀경향)

(2) 불안정 시계열

- Nelson and Plosser(1982)는 이 전통적인 견해에 대한 반론을 제시하면서 주요 시계열의 변화는 일시적인 것이 아니고 지속적이고 항구적이기 때문에 평균회귀경향이 존재하지 않음. 즉, 주요 시계열들이 random walk의 확률과정을 따른다고 주장.
- 경제시계열 y_t가 random walk 확률과정을 따른다는 것은 y_t가 다음의 자료생성과정을 가진다는 것을 말함

$$y_t = \alpha + y_{t-1} + e_t, \quad e_t \sim i.i.d(o, \sigma_e^2)$$

- random walk의 주요 특징은 다음과 같음

· y_t의 변화에는 예측 가능한 규칙적인 양상이 존재하지 않음

$$y_t = \alpha + y_{t-1} + e_t$$
$$E(y_t - y_{t-1}) = \alpha$$

⇒ 평균증가율 α는 이미 알려진 상수값이므로 현재의 y_t와 과거의 y_{t-1}의 차이는 일정한 값이 된다는 것 외에는 추가적인 정보가 없어 미래를 예측하는데 도움을 주지 못함

· y_t는 단위근(unit root)을 갖는다, 즉, y_t는 불안정시계열임

⇒ 이 경우 y_t의 변화는 예측이 어렵고, 평균수준에서 이탈하면 이탈현상이 지속됨

· random walk과정을 따르는 시계열에는 평균회귀경향이 존재하지 않음

· random walk과정을 따르는 시계열의 변화는 지속적이고 항구적이다

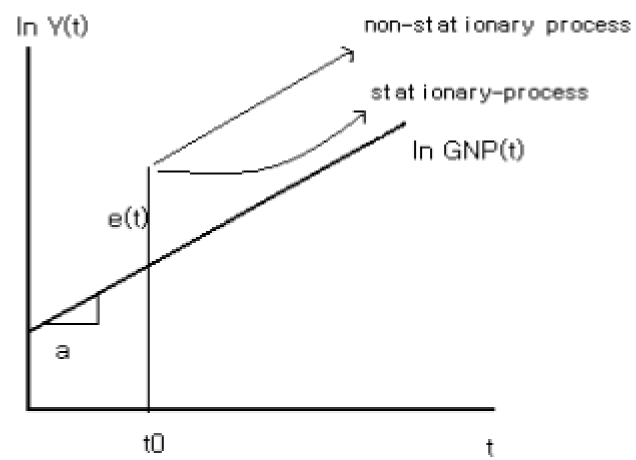
$$y_t = \alpha + y_{t-1} + e_t$$

.

.

$$y_{t+j} = (1+j)\alpha + y_{t-1} + e_t + \ldots + e_{t+j}$$

⇒ 현재의 충격 e_t가 한 단위 증가하면 j기간 뒤의 y값인 y_{t+j}도 그 만큼 증가. 즉, y_t가 평균수준 이상으로 증가하게 되면 이러한 현상은 무한히 지속됨



예:AR(1) $x_t = \alpha + \beta x_{t-1} + e_t$ (AR(1)

시간	Δe_t	Δx_t	
		β=1	β=0.5
t_0	10	10	10
t_1	0	10	5
t_2	0	10	2.5
.	.	.	.
.	.	.	.
		persistent	geometrically decay

(case 1) $X_t = \alpha + X_{t-1} + e_t$

t기: $X_t = \alpha + X_{t-1} + e_t$이므로 e_t가 10 증가하면 X_t도 10 증가

t+1기: $X_{t+1} = \alpha + X_t + e_{t+1}$이므로 e_{t+1}이 증가하지 않아도 t기에 X_t가 10 증가하였으므로 X_{t+1}은 10 증가

t+2기: $X_{t+2} = \alpha + X_{t+1} + e_{t+2}$이므로 e_{t+2}이 증가하지 않아도 t+1기에 X_{t+1}가 10 증가하였으므로 X_{t+2}은 10 증가

즉, t기에 주어진 충격의 크기가 시간의 흐름에 따라 지속됨

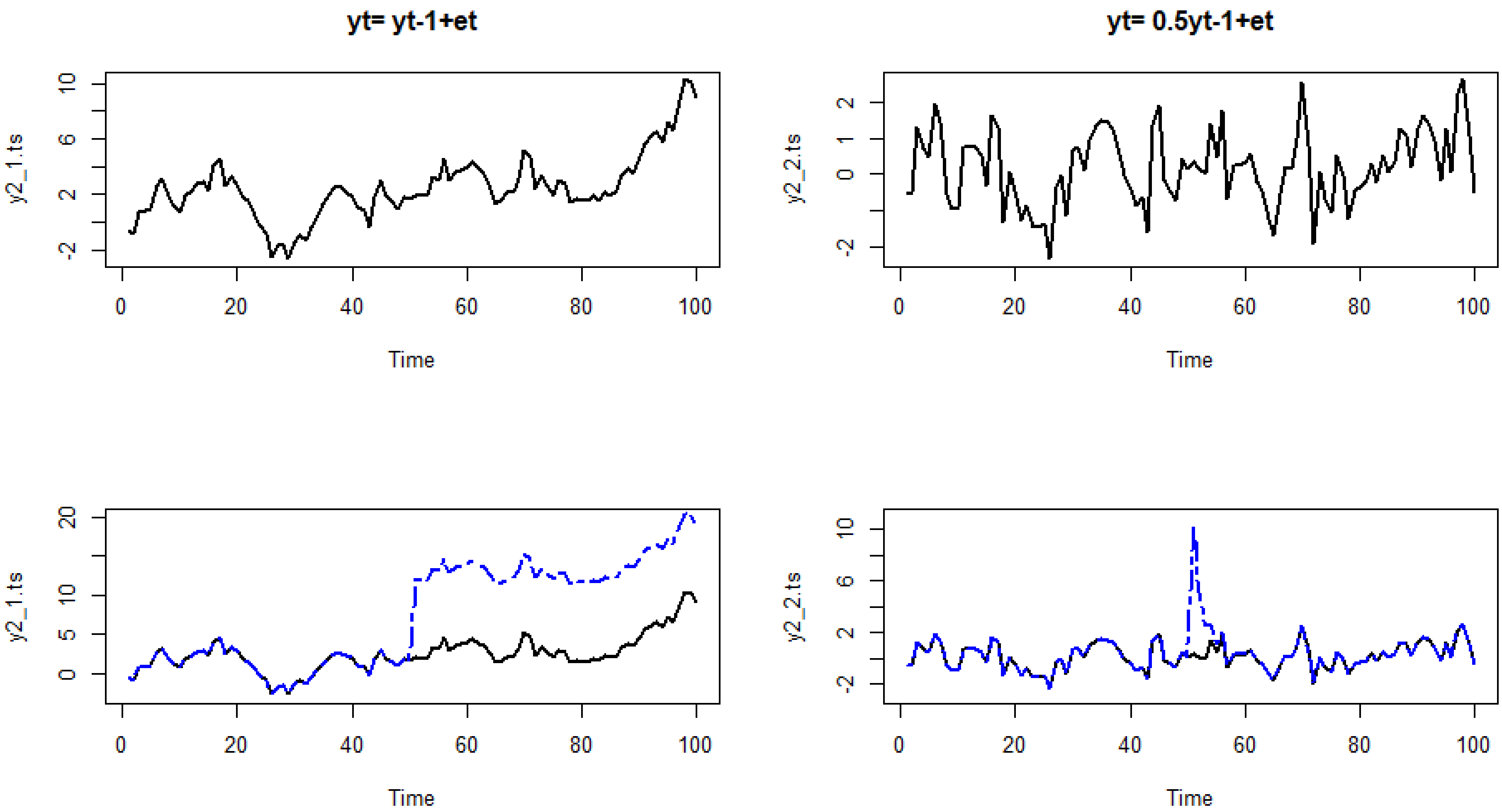
(case 2) $X_t = \alpha + 0.5X_{t-1} + e_t$

t기: $X_t = \alpha + 0.5X_{t-1} + e_t$이므로 e_t가 10 증가하면 X_t도 10 증가

t+1기: $X_{t+1} = \alpha + 0.5X_t + e_{t+1}$이므로 e_{t+1}이 증가하지 않아도 t기에 X_t가 10 증가하였으므로 X_{t+1}은 5 증가

t+2기: $X_{t+2} = \alpha + 0.5X_{t+1} + e_{t+2}$이므로 e_{t+2}이 증가하지 않아도 t+1기에 X_{t+1}가 5 증가하였으므로 X_{t+2}은 2.5 증가

즉, t기에 주어진 충격의 크기가 시간의 흐름에 따라 감소


yt= yt-1+et
yt= 0.5yt-1+et
y2_1.ts
y2_2.ts
Time
Time
y2_1.ts
y2_2.ts
Time
Time

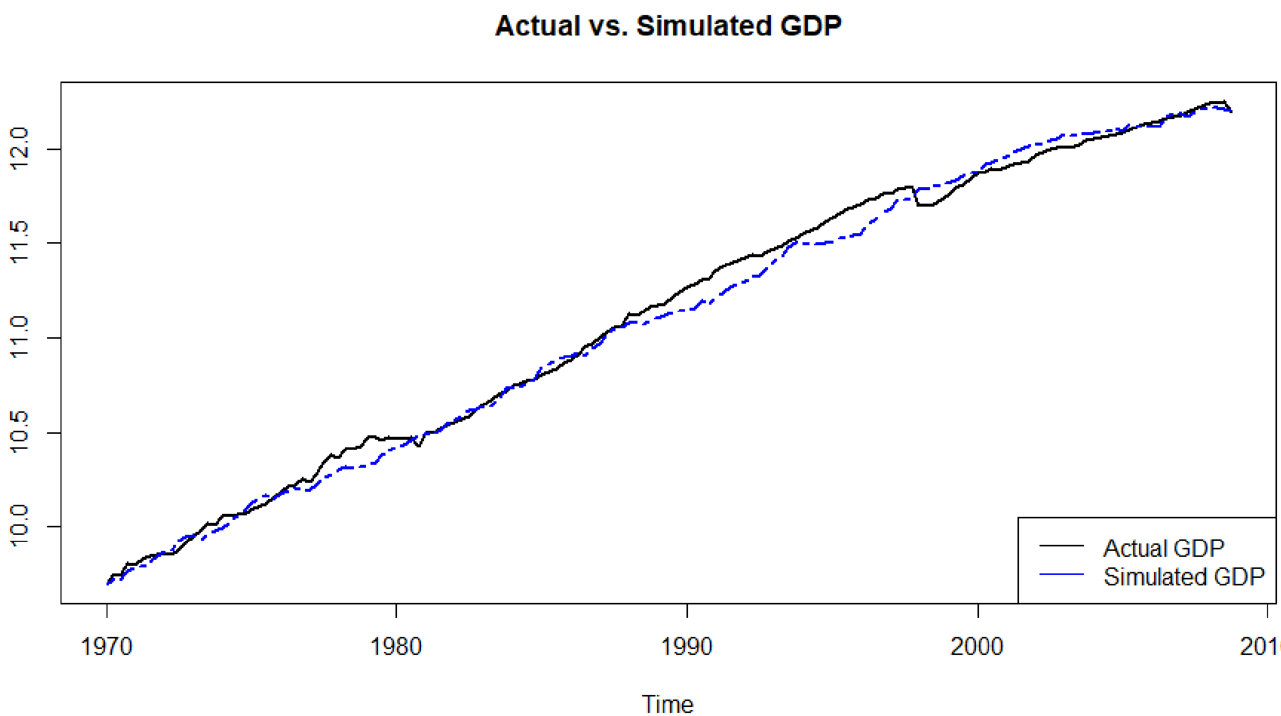
- (한국의 예 (1970:1−2008:4): 다음과 같은 가상적인 random walk process를 설정

$y_t = 0.01607558 + y_{t-1} + e_t$

=>여기서 상수항의 값 0.016은 매분기 평균성장률이 1.6% 임을 의미함

- e_t가 평균이 0이고 표준편차가 0.01846829라고 가정하고 가상적인 y_t(LGDP_RWD)를 만들어 실제값 (LGDP_SA)과 비교해 보면 두 시계열이 매우 유사한 변화를 보이고 있는 것으로 나타나고 있음

=> 이는 한국경제의 GDP가 random walk process과정에 따라 변한다는 하나의 증거가 되며, 경제활동의 순환변동이 지속적이고 항구적이라는 주장의 실증이 될 수 있음



(1) 추세안정

- 확정적 선형 추세를 가지고 있는 AR(1) 모형을 가정해 보면 다음과 같은데 확정적 추세를 가지는 경우를 추세안정 과정이라고 하며 확정적 추세를 제거하는 과정을 추세제거라고 함

$$Y_t = \phi Y_{t-1} + \delta + \gamma t + e_t$$

단, $|\phi| < 1$, Y_0는 초기값

- Y_t의 해(MA-표현)는 다음과 같음

$$Y_t = \phi^t Y_0 + \mu + \mu_1 t + e_t + \phi e_{t-1} + \phi^2 e_{t-2} \cdots$$

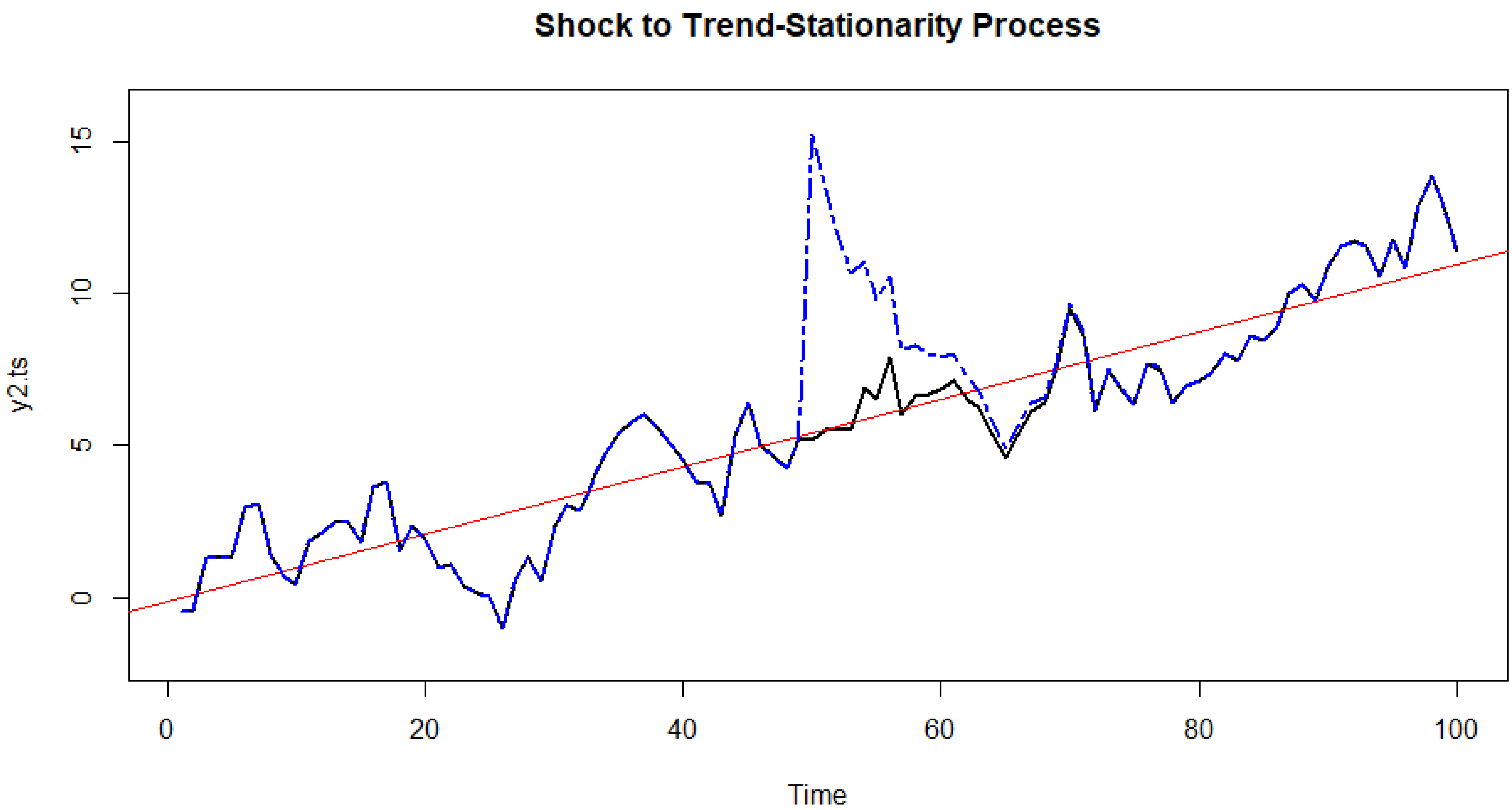
단, $\mu = \dfrac{\delta}{1-\phi}$, $\mu_1 = \dfrac{\gamma}{1-\phi}$

- Y_t의 평균과 분산은 각각 다음과 같은데 평균은 선형 추세(이를 확정적 추세(deterministic trend)라고 함)를 포함하고 있고 분산은 일정하므로 원계열 Y_t는 불안정계열

$$E[Y_t] = \phi^t Y_0 + \mu + \mu_1 t \rightarrow \mu + \mu_1 t \;\; as \;\; T \rightarrow \infty$$

$$Var[Y_t] = Var[e_t + \phi e_{t-1} + \phi^2 e_{t-2} + \ldots] = \sigma_e^2 + \phi^2 \sigma_e^2 + \phi^4 \sigma_e^2 \ldots = \frac{\sigma_e^2}{1-\phi^2}$$

- 한편, Y_t의 확률 부분은 안정적이고, 충격은 일시적인 영향(transitory effects)을 가지므로 이를 평균회귀(mean recerting)를 가진 계열이라고 하며, 분석에서는 추세안정계열인 y_t를 이용함



(2) 차분안정

- 순수 임의보행의 경우 차분하면 안정적 시계열이 되므로 이를 차분안정(difference stationary)이라고 함

$$Y_t = Y_{t-1} + u_t$$
$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} = u_t$$

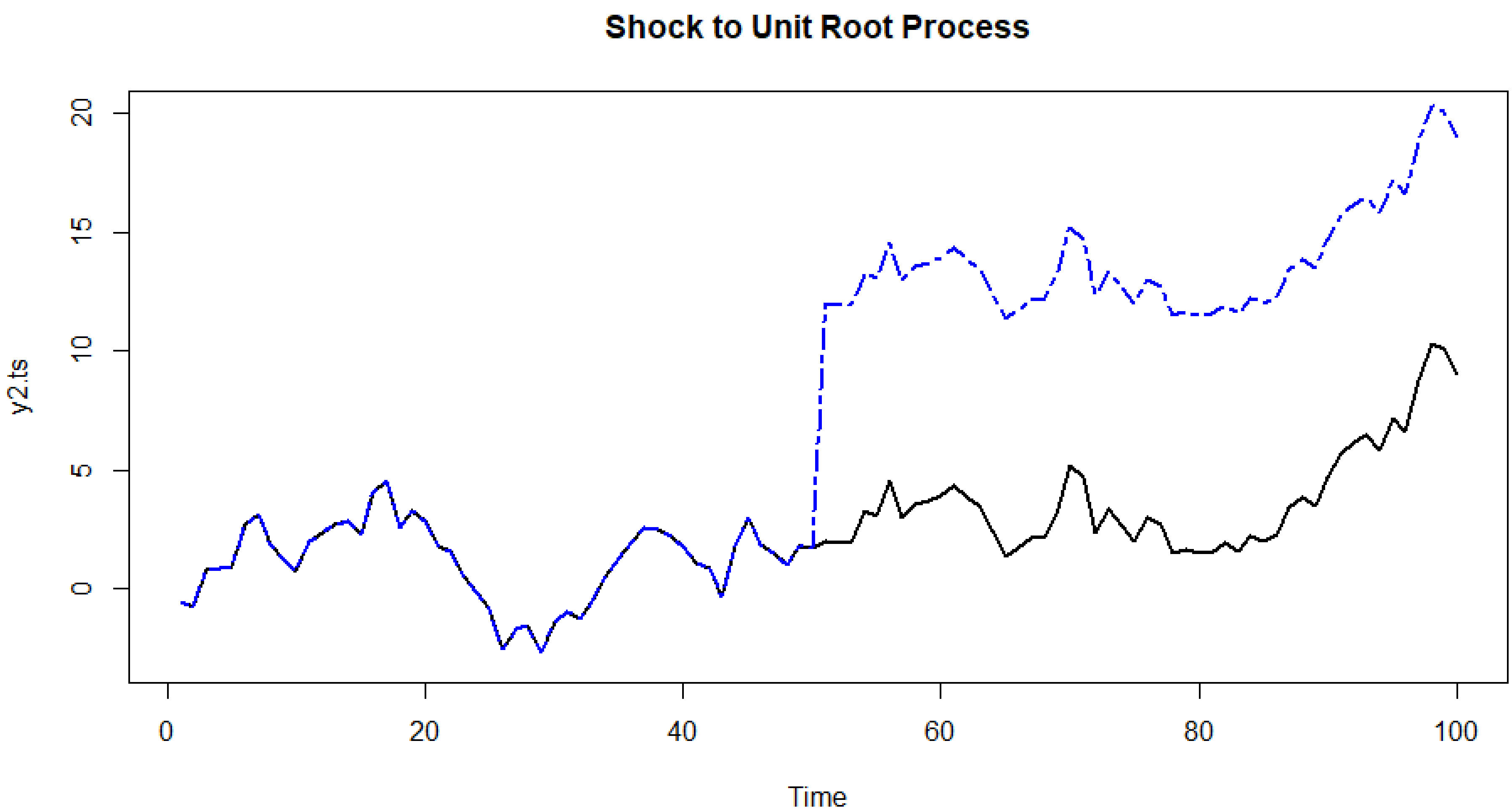
- 표류경향이 있는 임의보행의 경우 차분하면 Y_t가 양의 추세($\mu > 0$) 또는 음의 추세($\mu < 0$)를 보이므로 그러한 추세를 확률적 추세라고 하며, Y_t의 불안정성은 1차 차분한 ΔY_t는 안정적 시계열이 되므로 차분안정(difference stationary)임. Y_t는 불안정 계열이지만 1차 차분한 ΔY_t가 안정계열이 되면 $Y_t \sim I(1)$이라고 하고 단위근을 하나 가졌다고 함

$$Y_t = \delta + Y_{t-1} + u_t$$
$$\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1} = \delta + u_t$$

- Y_t의 해, 평균 및 분산은 각각 다음과 같음

$$Y_t = Y_0 + \sum_{i=1}^{t} \Delta Y_i = Y_0 + \sum_{i=1}^{t} (\delta + u_t) = Y_0 + \delta t + \sum_{i=1}^{t} u_i$$
$$E[Y_t] = Y_0 + \delta t$$
$$Var[Y_t] = t\sigma_u^2$$

- 위의 결과를 이용하면 다음과 같은 해석이 가능함
- 충격(innovation) u_t는 random walk에 누적되어 있음, 즉 $\sum_{i=1}^{t} u_i$인데 이를 확률 추세(stochastic trend)라고 함
- 표류항 δ는 Y_t의 선형 추세에 누적되어 있으므로 이를 표류경향을 가진 random walk라고 함



4. 가성회귀(spurious regression)

- 가성회귀란 Granger and Newbold에 의해 제기된 개념으로 어떤 시계열이 확률적 추세를 가졌음에도 불구하고 회귀분석방법으로 확정적 추세를 제거한 후 시계열을 사용하면 표본의 수가 증가함에 따라 상관관계가 없는 변수 사이에도 마치 강한 상관관계가 있는 것처럼 나타나는 것을 말함

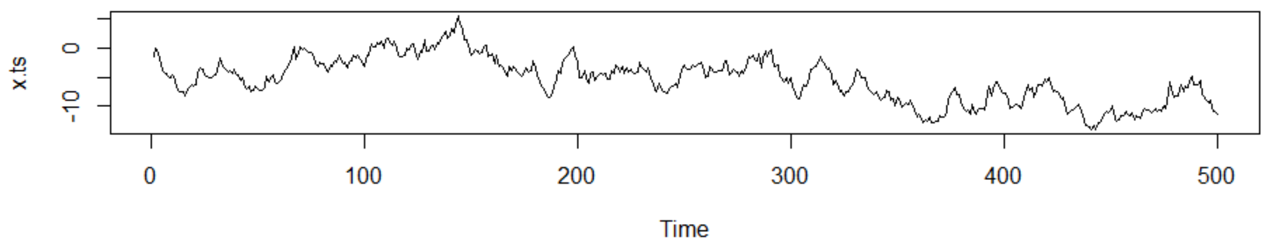
- 다음의 두 임의보행 확률과정에서 랜덤으로 관측치를 생성하면 두 계열은 불안정계열이며 서로 상관관계가 없음

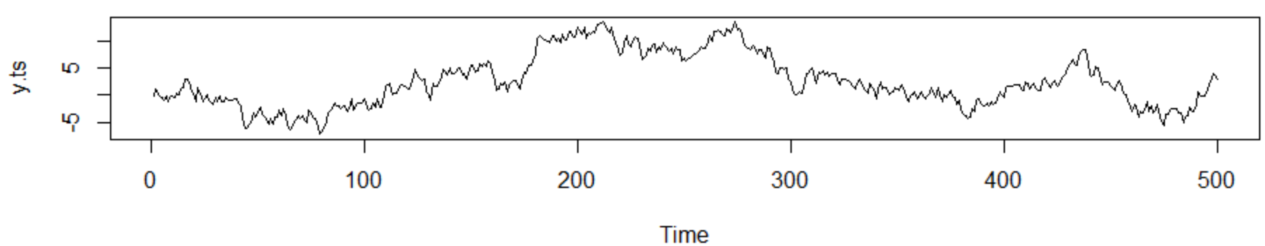
$$Y_t = Y_{t-1} + u_t$$
$$X_t = X_{t-1} + v_t$$

```
Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept)  3.68382    0.36916   9.979  < 2e-16 ***
x            0.21456    0.05556   3.862 0.000127 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 4.788 on 498 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.02908,	Adjusted R-squared:  0.02713 
F-statistic: 14.92 on 1 and 498 DF,  p-value: 0.0001273
```

- Y_t를 X_t에 대해 회귀모형을 추정하면 X의 계수는 통계적으로 유의하게 나옴





- 다음의 두 확률과정에서 랜덤으로 관측치를 생성하면 두 계열은 안정계열이며 서로 상관관계가 없음

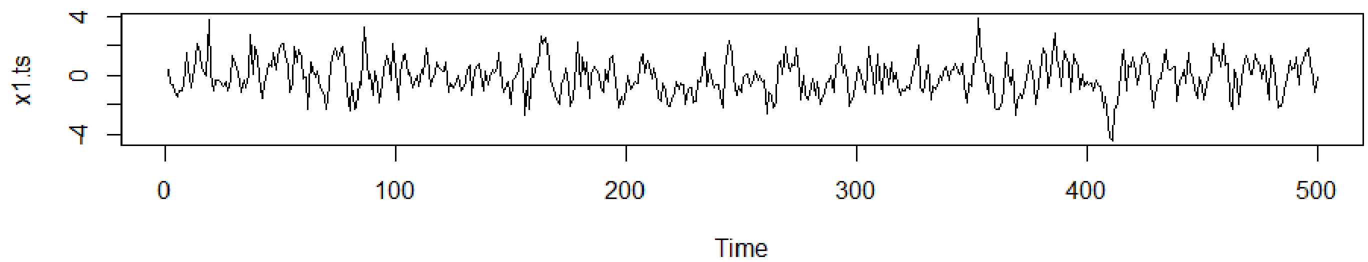
$$Y_{1t} = 0.8\,Y_{1t-1} + u_{1t}$$

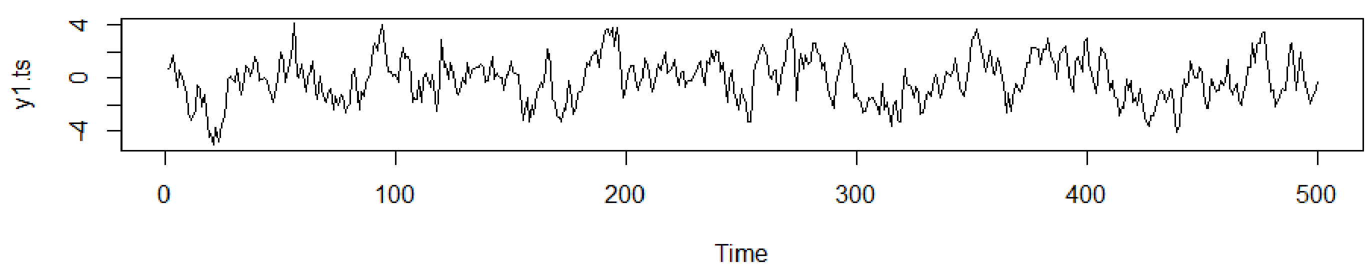
$$X_{1t} = 0.8X_{1t-1} + v_{1t}$$

```
Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -0.05499    0.07518  -0.731    0.465
x1           0.05903    0.06317   0.934    0.351

Residual standard error: 1.674 on 498 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.00175,   Adjusted R-squared:  -0.0002541
F-statistic: 0.8732 on 1 and 498 DF,  p-value: 0.3505
```

- Y_{1t}를 X_{1t}에 대해 회귀모형을 추정하면 X의 계수는 통계적으로 유의하지 않게 나옴





5. 단위근(Unit Root)

- 다음의 AR(1)모형에서 $\rho=1$인 경우 단위근(unit root)을 가졌다고 하고 단위근을 가진 시계열은 random walk의 불안정한 시계열이 됨

$$y_t = \rho y_{t-1} + e_t,\ e_t \sim i.i.d$$

- 이 경우 $\rho=1$이라는 귀무가설(대립가설은 $\rho<1$임) 하에서 계산된 t-통계량은 큰 자료에서 조차 student-t분포를 따르지 않음

- 어떤 경제시계열이 단위근(또는 확률적 추세)을 가지고 있는 지를 검정하는 방법은 여러 가지가 있다

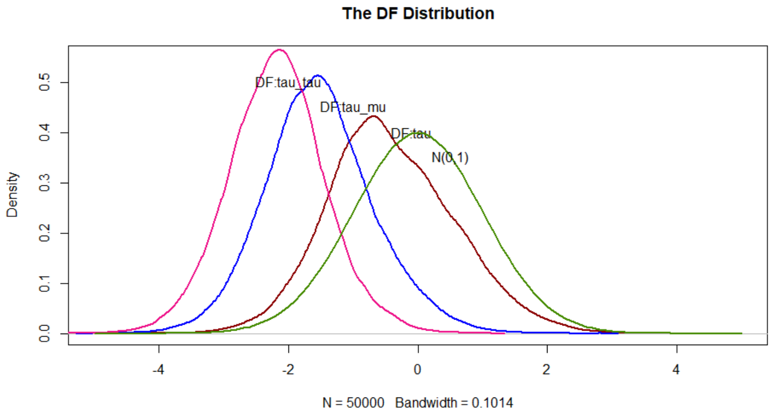
(1) Dickey-Fuller(DF)의 단위근 검정방법

- 최소자승법으로 ⓐ-ⓒ의 회귀방정식을 추정하고 y_{t-1}의 회귀계수가 0인가 즉 ρ=1인가를 아래 표의 임계치를 (Fuller(1976,p.373)) 이용하여 검정

$\Delta y_t = (\rho-1)y_{t-1} + e_t,\ \ e_t \sim i.i.d$ ⓐ -> τ값을 이용

$\Delta y_t = \alpha + (\rho-1)y_{t-1} + e_t,\ \ e_t \sim i.i.d$ ⓑ -> τ_μ값을 이용

$\Delta y_t = \alpha + \beta t + (\rho-1)y_{t-1} + e_t,\ \ e_t \sim i.i.d$ ⓒ -> τ_τ값을 이용



(2) Augmented Dickey-Fuller(ADF)의 단위근 검정방법

- 오차항이 i.i.d의 가정을 충족시키지 못할 경우. ⓓ-ⓕ식과 같이 y_t의 차분변수의 시차변수를 설명변수로 포함시켜 $\rho=1$이라는 귀무가설을 검정

$$\Delta y_t = (\rho-1)y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p} \gamma_j \Delta y_{t-j} + e_t \quad e_t \sim i.i.d$$ ⓓ -> τ값을 이용

$$\Delta y_t = \alpha + (\rho-1)y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p} \gamma_j \Delta y_{t-j} + e_t \quad e_t \sim i.i.d$$ ⓔ -> τ_μ값을 이용

$$\Delta y_t = \alpha + \beta t + (\rho-1)y_{t-1} + \sum_{j=1}^{p} \gamma_j \Delta y_{t-j} + e_t \quad e_t \sim i.i.d$$ ⓕ -> τ_τ값을 이용

단위근 검정의 임계치

유의수준 / 표본크기	0.1			0.05		
	τ	τ_μ	τ_τ	τ	τ_μ	τ_τ
25	-1.60	-2.63	-3.24	-1.95	-3.00	-3.60
50	-1.61	-2.60	-3.18	-1.95	-2.93	-3.50
100	-1.61	-2.58	-3.15	-1.95	-2.89	-3.45
250	-1.62	-2.57	-3.13	-1.95	-2.89	-3.43
500	-1.62	-2.57	-3.13	-1.95	-2.87	-3.42

Table 8.5.2. Empirical cumulative distribution of $\hat{\tau}$ for $\rho = 1$

Sample Size	Probability of a Smaller Value							
n	0.01	0.025	0.05	0.10	0.90	0.95	0.975	0.99
				$\hat{\tau}$				
25	−2.66	−2.26	−1.95	−1.60	0.92	1.33	1.70	2.16
50	−2.62	−2.25	−1.95	−1.61	0.91	1.31	1.66	2.08
100	−2.60	−2.24	−1.95	−1.61	0.90	1.29	1.64	2.03
250	−2.58	−2.23	−1.95	−1.62	0.89	1.29	1.63	2.01
500	−2.58	−2.23	−1.95	−1.62	0.89	1.28	1.62	2.00
∞	−2.58	−2.23	−1.95	−1.62	0.89	1.28	1.62	2.00
				$\hat{\tau}_\mu$				
25	−3.75	−3.33	−3.00	−2.63	−0.37	0.00	0.34	0.72
50	−3.58	−3.22	−2.93	−2.60	−0.40	−0.03	0.29	0.66
100	−3.51	−3.17	−2.89	−2.58	−0.42	−0.05	0.26	0.63
250	−3.46	−3.14	−2.88	−2.57	−0.42	−0.06	0.24	0.62
500	−3.44	−3.13	−2.87	−2.57	−0.43	−0.07	0.24	0.61
∞	−3.43	−3.12	−2.86	−2.57	−0.44	−0.07	0.23	0.60
				$\hat{\tau}_\tau$				
25	−4.38	−3.95	−3.60	−3.24	−1.14	−0.80	−0.50	−0.15
50	−4.15	−3.80	−3.50	−3.18	−1.19	−0.87	−0.58	−0.24
100	−4.04	−3.73	−3.45	−3.15	−1.22	−0.90	−0.62	−0.28
250	−3.99	−3.69	−3.43	−3.13	−1.23	−0.92	−0.64	−0.31
500	−3.98	−3.68	−3.42	−3.13	−1.24	−0.93	−0.65	−0.32
∞	−3.96	−3.66	−3.41	−3.12	−1.25	−0.94	−0.66	−0.33

This table was constructed by David A. Dickey using the Monte Carlo method. Details are given in Dickey (1975). Standard errors of the estimates vary, but most are less than 0.02.

(3) DF 검정: 실증분석 사례

(case 1)

$$\Delta y_t = \beta_1 + \beta_2 t + \pi y_{t-1} + \sum_{j=1}^{k} \gamma_j \Delta y_{t-j} + u_{1t}$$

· $\boldsymbol{H_0 : \pi = 0 \rightarrow \tau_\tau(\tau_3)}$ 사용

Test Statistic		1%	5%	10%
τ_3	−2.24	−4.04	−3.45	−3.15
ϕ_2	3.74	6.50	4.88	4.16
ϕ_3	2.60	8.73	6.49	5.47

```
Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + tt + z.diff.lag)

Residuals:
      Min        1Q    Median        3Q       Max 
-0.044714 -0.006525  0.000129  0.006225  0.045353 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)   
(Intercept)  0.7976591  0.3547775   2.248   0.0270 * 
z.lag.1     -0.0758706  0.0338880  -2.239   0.0277 * 
tt           0.0004915  0.0002159   2.277   0.0252 * 
z.diff.lag1 -0.1063957  0.1006744  -1.057   0.2934   
z.diff.lag2  0.2011373  0.1012373   1.987   0.0500 . 
z.diff.lag3  0.2998586  0.1020548   2.938   0.0042 **
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.01307 on 89 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.1472,    Adjusted R-squared:  0.09924 
F-statistic: 3.071 on 5 and 89 DF,  p-value: 0.01325


Value of test-statistic is: -2.2389 3.7382 2.5972 

Critical values for test statistics: 
      1pct  5pct 10pct
tau3 -4.04 -3.45 -3.15
phi2  6.50  4.88  4.16
phi3  8.73  6.49  5.47
```

(case 2)

$$\Delta y_t = \beta_1 + \pi y_{t-1} + \sum_{j=1}^{k} \gamma_j \Delta y_{t-j} + u_{2t}$$

- $H_0 : \pi = 0 \rightarrow \tau_\mu(\tau_2)$ 사용

Test Statistic		1%	5%	10%
τ_2	-0.09	-3.51	-2.89	-2.58
ϕ_1	2.88	6.70	4.71	3.86

```
Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 + 1 + z.diff.lag)

Residuals:
      Min        1Q    Median        3Q       Max 
-0.047547 -0.007071  0.000265  0.007731  0.046880 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)  
(Intercept)  0.0123237  0.0851358   0.145   0.8852  
z.lag.1     -0.0007356  0.0079043  -0.093   0.9261  
z.diff.lag1 -0.1433015  0.1016454  -1.410   0.1620  
z.diff.lag2  0.1615256  0.1020242   1.583   0.1169  
z.diff.lag3  0.2585280  0.1027364   2.516   0.0136 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 0.01337 on 90 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.09747,	Adjusted R-squared:  0.05735 
F-statistic:  2.43 on 4 and 90 DF,  p-value: 0.05335


Value of test-statistic is: -0.0931 2.8806 

Critical values for test statistics: 
      1pct  5pct 10pct
tau2 -3.51 -2.89 -2.58
phi1  6.70  4.71  3.86
```

(case 3)

$$\Delta y_t = \pi y_{t-1} + \sum_{j=1}^{k} \gamma_j \Delta y_{t-j} + u_{2t}$$

· $\boldsymbol{H_0 : \pi = 0 \rightarrow \tau\,(\tau_1)}$ 사용

```
Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1 + z.diff.lag)

Residuals:
      Min        1Q    Median        3Q       Max 
-0.047220 -0.007276  0.000229  0.007674  0.046921 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)  
z.lag.1      0.0004083  0.0001695   2.409   0.0180 *
z.diff.lag1 -0.1444994  0.1007615  -1.434   0.1550  
z.diff.lag2  0.1599782  0.1009153   1.585   0.1164  
z.diff.lag3  0.2568572  0.1015353   2.530   0.0131 *
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 0.0133 on 91 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.2546,	Adjusted R-squared:  0.2218 
F-statistic:  7.77 on 4 and 91 DF,  p-value: 1.967e-05


Value of test-statistic is: 2.4089 

Critical values for test statistics: 
     1pct  5pct 10pct
tau1 -2.6 -1.95 -1.61
```


(1) 정의

- Engle and Granger(1987)에 의해 도입된 공적분의 통계적 정의는 다음과 같음
- 개별적으로는 단위근을 갖는 불안정한 시계열이지만 그들 사이에 안정적인 시계열을 생성하는 선형결합이 존재할 경우 이들 사이의 선형결합 관계를 공적분 관계라고 함

(2) 공적분시스템(2변수 경우)

$$x_{1t} = \gamma_0 + \gamma_1 x_{2t} + u_{1t} \quad ⓐ$$

$$x_{2t} = \delta_0 + x_{2t-1} + u_{2t} \quad ⓑ$$

- ⓑ에서 $\Delta x_{2t} = \delta_0 + u_{2t}$이므로 $x_{2t} \sim I(1)$임

- ⓐ에서

$$\begin{aligned} \Delta x_{1t} &= \gamma_1 \Delta x_{2t} + \Delta u_{1t} \\ &= \gamma_1 (\delta_0 + u_{2t}) + \Delta u_{1t} \\ &= \gamma_1 \delta_0 + \gamma_1 u_{2t} + u_{1t} - u_{1t-1} \\ &= \delta^* + v_t + \theta v_{t-1} \end{aligned}$$

따라서, $x_{1t} \sim I(1)$

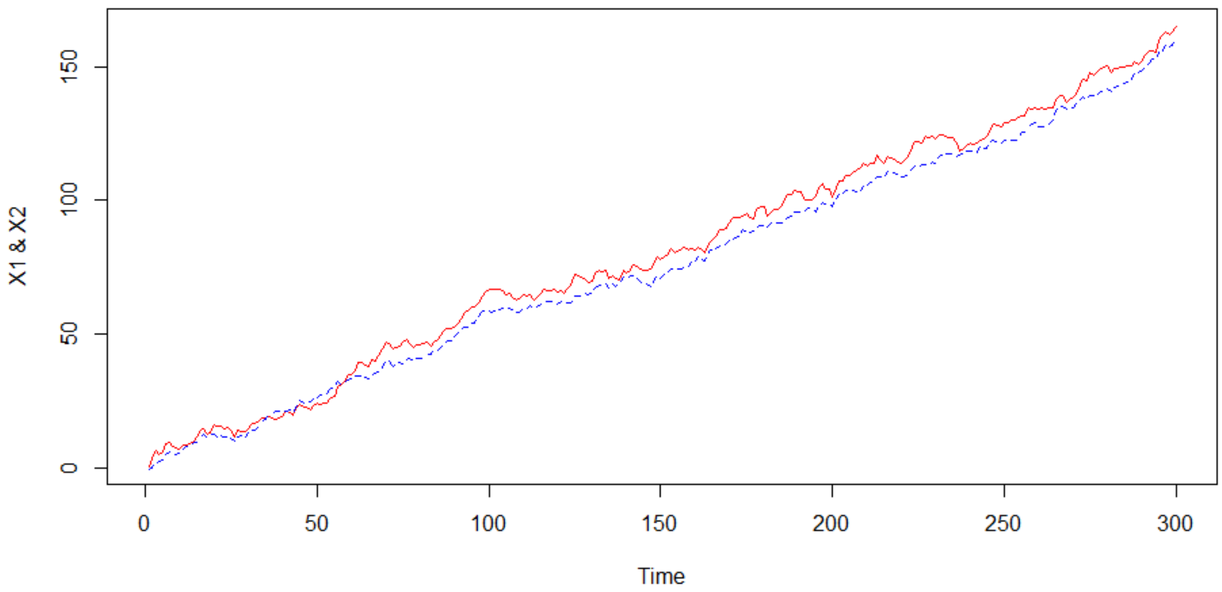
- ⓐ에서 $x_{1t} - \gamma_0 - \gamma_1 x_{2t} = u_{1t}$이고 $u_{1t} \sim I(0)$이므로 x_{1t}와 x_{2t}는 공적분관계에 있음

(3) 공적분시스템 시뮬레이션

$x_{2t} = 0.5 + x_{2t-1} + u_{2t},\ u_{2t} \sim N(0,1)$ (임의보행과정)

$u_{1t} = 0.9u_{1t-1} + v_t,\ v_t \sim N(0,1)$ (AR(1)오차)

$x_{1t} = 4.5 + x_{2t} + u_{1t}$ (공적분관계)



(4) 경제적 의미

- 변수들 사이에 장기적으로 안정적인 균형관계(long-run equilibrium relation)가 있음

⇒ 한 변수가 어떤 이유에서 공적분 관계에 있는 다른 변수와 안정관계가 깨질 경우 이 상태가 장기간 지속되지 않고 반드시 이전의 안정적인 관계로 회귀한다는 것임

(5) 공적분 검정방법

① Engle and Yoo 검정

- 공적분 검정방법은 다음과 같음
- 각각 단위근을 가진 두 변수 y_t와 x_t에 대해 제1단계로 ⓖ식을 최소자승법으로 추정
- 제2단계로 잔차항 ε_t에 대해서 ⓗ식에 대해 아래 표에 주어진 검정통계량의 임계치에 근거하여 단위근 검정을 실시

$$y_t = \alpha + \beta x_t + \varepsilon_t \qquad ⓖ$$

$$\Delta\epsilon_t = \mu + (\rho - 1)\epsilon_{t-1} + \sum_{j=1}^{4}\gamma_j \Delta\epsilon_{t-j} + e_t \qquad ⓗ$$

공적분 검정통계량의 임계치
(ADF검정통계량인 경우)

모형내 변수	표본크기	유의 수준	
		0.05	0.10
2	50	-3.29	-2.90
	100	-3.17	-2.91
	200	-3.25	-2.98
3	50	-3.75	-3.36
	100	-3.62	-3.32
	200	-3.78	-3.51
4	50	-3.98	-3.67
	100	-4.02	-3.71
	200	-4.13	-3.83
5	50	-4.15	-3.85
	100	-4.36	-4.06
	200	-4.43	-4.14

② 공적분 검정 : 실증분석 사례

- 공적분회귀식 : $ln(y_t) = \beta\, ln\,(m_t) + u_t$
- u_t 에 대한 ADF 검정

```
Value of test-statistic is: -0.9983 1.688

Critical values for test statistics:
      1pct  5pct 10pct
tau2 -3.51 -2.89 -2.58
phi1  6.70  4.71  3.86
```

```
Value of test-statistic is: -0.1185

Critical values for test statistics:
     1pct  5pct 10pct
tau1 -2.6 -1.95 -1.61
```

```
Value of test-statistic is: -1.5254

Critical values for test statistics:
     1pct  5pct 10pct
tau1 -2.6 -1.95 -1.61
```

```
Value of test-statistic is: -1.3572 2.5197

Critical values for test statistics:
      1pct  5pct 10pct
tau2 -3.51 -2.89 -2.58
phi1  6.70  4.71  3.86
```

```
Value of test-statistic is: -1.5254

Critical values for test statistics:
     1pct  5pct 10pct
tau1 -2.6 -1.95 -1.61
```