11주차 1차시 : 자기상관(개념 및 유형, 검정)

1. 자기상관

(1) 개념 및 유형

(2) 검정

1.자기상관

(1)개념 및 유형

-경제시계열의 경우 과거 값이 현재에 영향을 주고 현재 값이 미래에 영향을 주어 추세나 순환현상을 보이는 경우가 많이 있음

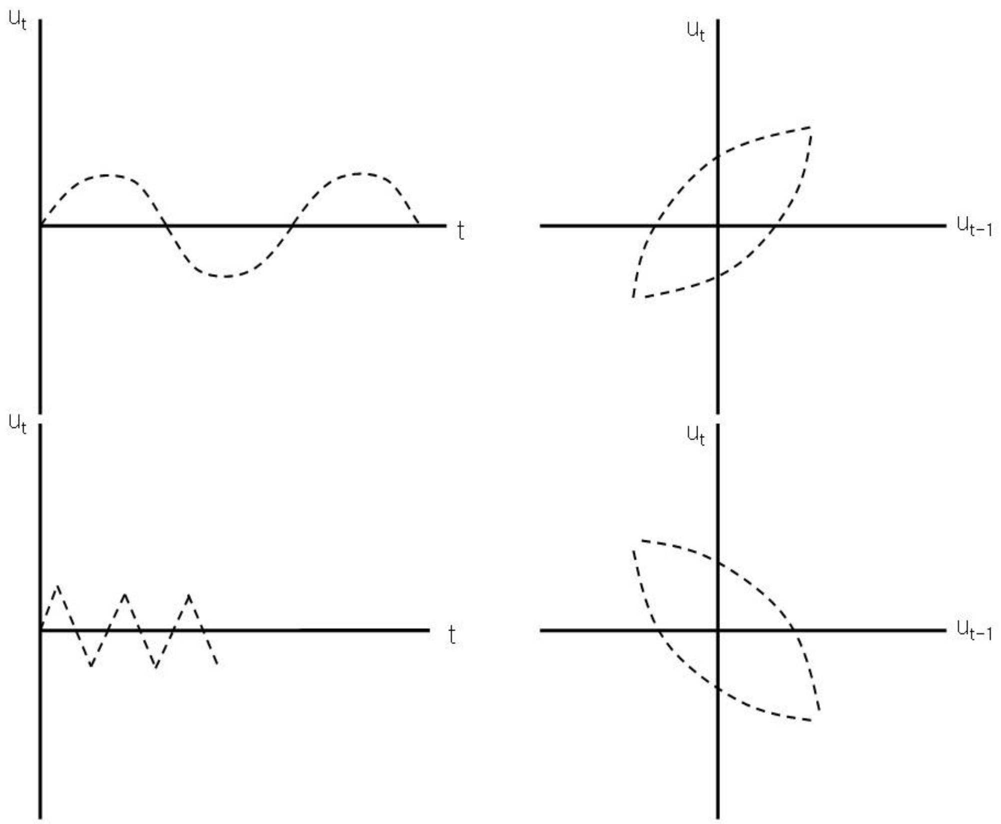
-이러한 현상을 보이는 이유는 경제에 외부충격(예상치 못한 변화)이 주어졌을 때 그 충격의 영향이 단기간에 끝나지 않고 장기적으로 지속되기 때문임

-시계열에 있어 t기의 교란항의 값인 u_t (이를 예상치 못한 변화로 해석)가 t-1기의 교란항의 값인 u_{t-1}과 상관관계가 있는 경우를 계열상관(serial correlation) 또는 자기상관(autocorrelation)이 있다고 하며 특히, 이 경우를 1차 자기상관(first-order autocorrelation)이라 함

$$Y_t = X_t B + u_t$$

$$u_t = \rho u_{t-1} + e_t$$

-자기상관의 유형에는 양의 계열상관(positive autocorrelation) 및 음의 계열상관(negative autocorrelation)이 있으며 그 유형은 그림과 같음



(양의 자기상관)

(음의 자기상관)

(2)검정

-시계열의 자기상관 여부를 탐지하는 방법으로는
· 그래프 분석(residual plotting): 회귀식으로부터 도출된 잔차를 그려 보아 자기상관 여부를 판단하는 방법
· 통계적 검정: Durbin-Watson 검정방법, LM(Lagrange Multiplier) 검정방법

①그래프분석
-자기상관을 탐지하는 가장 간단한 방법은 잔차에 상관관계가 나타나는 지를 그래프를 통해 살펴보는 것인데 잔차가 앞의 그림과 같은 경향을 보이면 자기상관이 있는 것으로 판단하나 이 방법은 주관적이며, 과학적이지 못함

② Durbin-Watson 검정방법
-교란항의 자기상관 여부를 검정하는데 가장 많이 사용되는 방법
-d-통계량을 이용

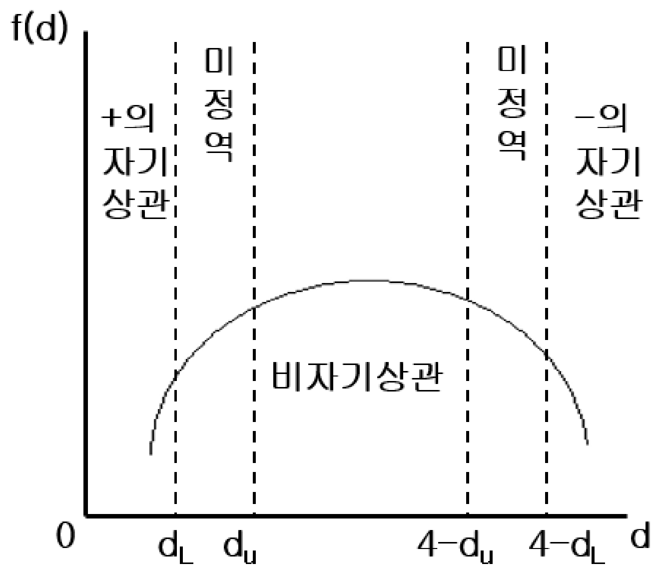
- $\hat{\rho}$=0이면 $d \cong 2$ 이므로 d-통계량의 값이 2에 가까우면 자기상관이 없음
- $\hat{\rho} > 0$이면 d<2이고, 특히 $\hat{\rho}$ 이 1로 접근할수록 d는 0으로 접근하므로 d-통계량의 값이 0과 2사이에 있으면 양(+)의 자기상관
- $\hat{\rho} < 0$이면 d>2이고, 특히 $\hat{\rho}$ 이 -1로 접근할수록 d는 4로 접근하므로 d-통계량의 값이 2와 4사이에 있으면 음(-)의 자기상관

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{N}(e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^{N} e_t^2}$$

$$= \frac{\sum_{t=2}^{N} {e_t}^2 + \sum_{t=2}^{N} e_{t-1}^2 - 2\sum_{t=2}^{N} e_t e_{t-1}}{\sum_{t=1}^{N} e_t^2}$$

$$\fallingdotseq 2(1 - \hat{\rho})$$

- DW-검정(교재 <부록 2>의 <표 7>)은 1차 자기상관을 검정
- 회귀모형은 상수항을 반드시 포함하고 있어야 하고, 회귀모형의 설명변수에 종속변수의 시차변수가 존재하지 않아야 함
- 자기회귀모형에는 DW-검정방법을 적용할 수 없으며 이때는 h통계량을 이용
- 이 방법은 분포를 이용한 검정방법이라는 장점은 있으나 자기상관 여부를 결정할 수 없는 영역(미정역)이 있다는 단점이 있음



<표 5> Durbin-Watson (5% 유의수준)

n	k'=1		k'=2		k'=3		k'=4		k'=5	
	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
15	1.077	1.361	0.946	1.543	0.814	1.750	0.685	1.977	0.562	2.220
16	1.106	1.371	0.982	1.539	0.857	1.728	0.734	1.935	0.615	2.157
17	1.133	1.381	1.015	1.536	0.897	1.710	0.779	1.900	0.664	2.104
18	1.158	1.391	1.046	1.535	0.933	1.696	0.820	1.872	0.710	2.060
19	1.180	1.410	1.074	1.536	0.967	1.685	0.859	1.848	0.752	2.023
20	1.201	1.411	1.100	1.537	0.998	1.676	0.894	1.828	0.792	1.991

③ LM(Lagrange Multiplier) 검정방법

-이 검정방법은 Durbin-Watson 검정방법의 한계점이나 단점에서 지적한 문제와 관계없이 사용할 수 있는 검정방법이라는 장점이 있으나 자료의 수가 많을 때 사용될 수 있다는 단점이 있음

(예) 다음과 같은 식에 대한 LM 검정은 다음과 같은 순서로 함

$$Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + u_t \quad ⓐ$$
$$u_t = \rho u_{t-1} + e_t$$

– 1단계 : ⓐ식의 모형을 추정한 후 다음과 같은 잔차를 구함

$$\hat{u}_t = Y_t - \hat{\beta}_1 - \hat{\beta}_2 X_{2t} - \hat{\beta}_3 X_{3t} \quad ⓑ$$

– 2단계 : ⓑ식에서 구한 잔차를 ⓐ식에 포함되어 있는 설명변수와 $\hat{u}_{t-1}$에 대해 다음과 같은 회귀모형을 추정하는데 이를 보조회귀식(auxiliary regression)이라고 함

$$\hat{u}_t = \alpha_1 + \hat{\alpha}_2 X_{2t} + \hat{\alpha}_3 X_{3t} + \rho \hat{u}_{t-1} + v_t$$

– 이 경우 검정하고자 하는 귀무가설은 $H_0 : \rho = 0$ 즉, 자기상관이 없다는 것이며, 귀무가설 하에서 다음의 LM 검정통계량과 그 분포를 구할 수 있음

$$LM = n\,R^2 \sim \chi^2_1$$

– 단, n은 관측치의 수, R^2는 보조회귀식의 결정계수이며 χ^2–분포의 자유도는 1임