12-1 가설검정 1

제주권역
대학 e-러닝 지원센터

12-1-1. 가설검정의 개요

가설의 종류

가설

모집단의 특성을 대표하는 모수에 대한 주장이나 예상

- 귀무가설 H_0
  - 단순가설 : 모수의 값 하나만을 설정
  - 복합가설 : 모수가 속하는 범위를 설정
- 대립가설 H_1
  - 단측대립가설 : 귀무가설에서 설정된 값을 기준으로 어느 한쪽 범위를 포함
  - 양측대립가설 : 귀무가설에서 설정된 값을 제외한 양쪽 범위를 포함

1. 가설검정

가설검정

✓**모집단에 대한 어떤 가설을 설정한 뒤에 표본관찰을 통하여 그 가설의 채택여부를 결정하는 분석방법**

✓일반적으로 통계분석에서는 모집단의 모수에 대하여 관심이 있으므로 가설은 모수에 대하여 설정함

2. 가설의 종류

가설설정

귀무가설(H_0)	"모수가 특정한 값이다", "두 모수의 값이 같다" 등과 같이 간단하고 구체적인 경우를 귀무가설로 설정한다.
대립가설(H_1)	"모수가 특정한 값이 아니다", "한 모수의 값이 다른 모수의 값보다 크다", "두 모수의 값이 다르다" 등과 같이 모수에 대한 관심의 영역 중에서 귀무가설로 지정되지 않은 모든 경우를 포괄적으로 대립가설로 설정한다.

* 가설검정이란 두 가설 H_0 와 H_1중에서 하나를 선택하는 과정이므로 H_0 를 채택(accept)하면 H_1을 기각(reject)하게 되고 H_0 를 기각하면 H_1을 채택하게 된다. 따라서 **가설검정이란 '두 가설 중에서 귀무가설 H_0 를 채택하든지 또는 기각하는 과정'** 이라고 이해할 수 있다.

3.검정통계량

검정통계량

✓가설검정에서 관찰된 표본으로부터 구하는 통계량으로 분포가 가설에서 주어지는 모수에 의존함

✓귀무가설이 옳다는 전제하에서 구한 검정통계량의 값이 나타날 가능성이 크면 귀무가설을 채택하고 나타날 가능성이 작으면 귀무가설을 기각함

$$검정통계량 = \frac{표본통계량 - 모수의귀무가설의값}{표본통계량표준오차}$$

4. 유의수준

유의수준

유의수준 α 란 귀무가설이 옳은데도 불구하고 이를 기각하는 확률의 크기를 말하며 검정통계량을 구하는 것과는 무관하게 검정을 실시하는 사람의 판단에 따라 결정함

5.기각역

기각역

가설검정에서 유의수준 α가 정해졌을 때, 검정통계량의 분포에서 이 유의수준의 크기에 해당하는 영역을 말하는데, 검정통계량의 분포에서 이 영역의 위치는 대립가설의 형태에 따라 다름

*** 기각역 *C* 와 유의수준 α의 관계**

유의수준 α ; 귀무가설 하에서 검정통계량이 기각역 *C* 에 속할 확률이다.

$$Pr(T(X) \in C \mid H_0) = \alpha$$

6. 대립가설과 기각역, α=0.05

검정통계량의 분포에서 유의수준 α에 의해 기각역의 크기가 결정되며,
기각역의 위치는 대립가설 H_1 의 형태에 의해 결정된다.

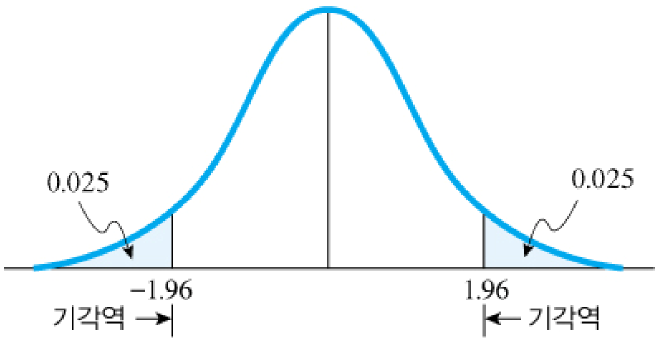
대립가설의 형태는 가설검정의 목적에 의하여 결정되는데
가설검정은 대립가설의 형태에 따라 양측검정과 단측검정으로 나누어지고,
단측검정은 다시 왼쪽 단측검정과 오른쪽 단측검정으로 분류된다.

- 가설검정
  - 양측검정
  - 단측검정
    - 왼쪽 단측검정
    - 오른쪽 단측검정

① 양측검정

귀무가설이 "모수가 특정값이다"라고 할 때, 대립가설이 "모수가 특정값이 아니다"라고 주어지는 경우로 귀무가설과 대립가설은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$H_0 : \mu = \mu_0$; μ_0은 고정된 상수
$H_1 : \mu \neq \mu_0$
기각역 $C = \{T(X) \leq -C_1$ 또는 $T(X) \geq C_1\}$

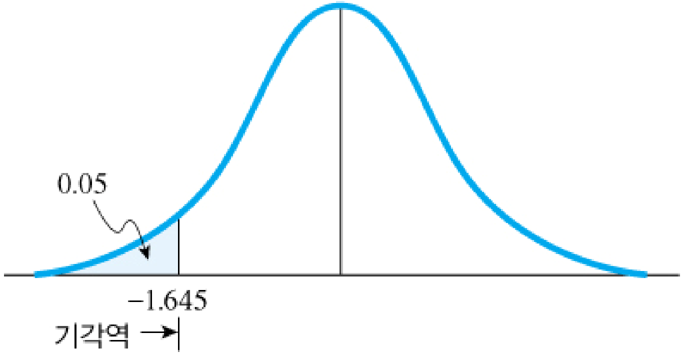


(a) 양측검정(H_1 ; $\mu \neq \mu_0$)

② 왼쪽 단측검정

귀무가설이 "모수가 특정값이다"라고 할 때, 대립가설 H1이 "모수가 μ0보다 작다"로 주어지는 경우로 귀무가설과 대립가설을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$H_0 : \mu = \mu_0$
$H_1 : \mu < \mu_0$
기각역 $C=\{T(X) \le C_2\}$

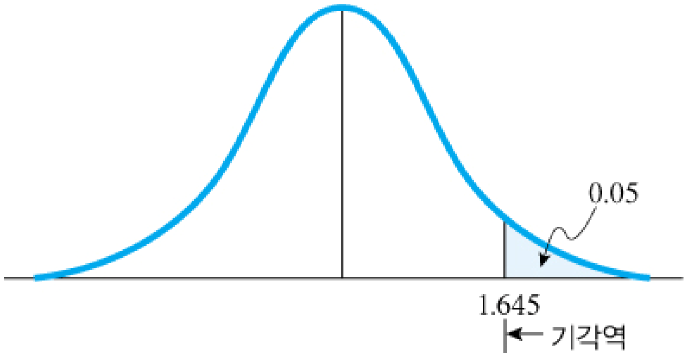


(b) 왼쪽 단측검정(H_1 ; $\mu < \mu_0$)

③ 오른쪽 단측검정

귀무가설이 "모수가 특정값이다"라고 할 때, 대립가설 H1이 "모수가 μ0보다 크다"로 주어지는 경우로 귀무가설과 대립가설을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$H_0 : \mu = \mu_0$
$H_1 : \mu > \mu_0$
기각역 $C=\{T(X)\geq C_3\}$

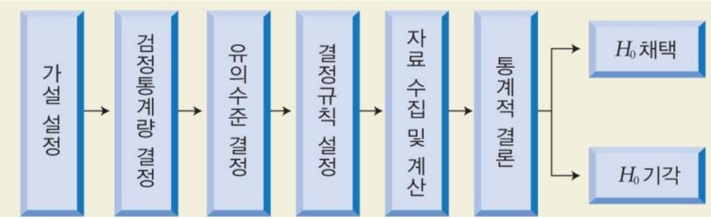


(c) 오른쪽 단측검정(H_1 ; $\mu > \mu_0$)

7.가설검정단계

위에 설명한 가설검정 과정을 단계적으로 설명하면 다음과 같다.

1단계	검정하고자 하는 목적에 따라서 귀무가설 H_0과 대립가설 H_1을 설정함
2단계	검정통계량을 구하고 그 통계량의 분포를 구함
3단계	유의수준을 결정하고 검정통계량의 분포에서 가설의 형태에 따라 유의수준에 해당하는 기각역을 설정함
4단계	귀무가설이 옳다는 전제하에서 표본관찰에 의한 검정통계량의 값을 구함
5단계	4단계에서 구한 검정통계량의 값이 기각역에 속하는가를 판단하여 기각역에 속하면 귀무가설 H_0을 기각하고 기각역에 속하지 않으면 귀무가설H_0을 채택함



8. 제1종 오류(α)와 제2종 오류(β)

① 제1종 오류(type I error)

귀무가설 H_0가 옳은데도 불구하고 H_0를 기각하는 오류를 제1종 오류라고 한다. 이것이 나타날 확률을 제1종 오류의 크기라고 하는데, 이는 앞에서 정의된 유의수준 α와 같다.

② 제2종 오류(type Ⅱ error)

귀무가설 H_0가 옳지 않은데도 H_0를 채택하는 오류를 제2종 오류라고 한다. 이것이 나타날 확률을 제2종 오류의 크기라고 하는데 이를 β로 표현한다.

표 가설검정 결과와 오류

가설검정 결과 / 정확한 사실	H_0가 사실이라고 판정	H_0가 사실이 아니라고 판정
H_0가 사실임	옳은 결정	제1종 오류(α)
H_0가 사실이 아님	제2종 오류(β)	옳은 결정

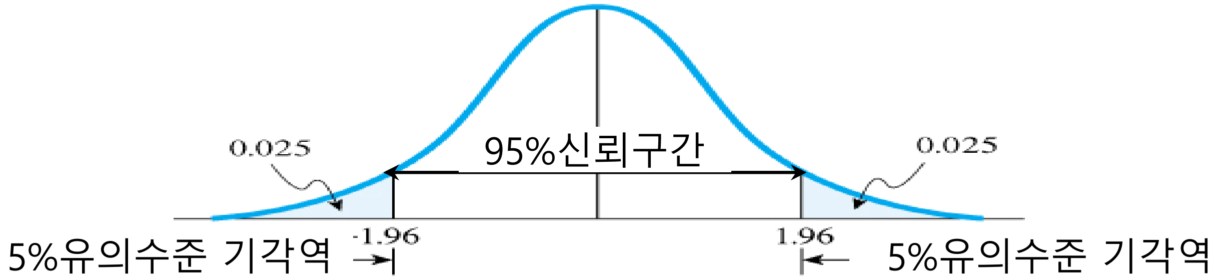
* 가설검정에서는 제1종 오류 α의 크기를 0.1, 0.05, 0.01 등으로 고정시킨 뒤, 제2종 오류 β가 최소가 되도록 기각역을 설정한다.

9. 유의수준과 신뢰수준

가설검정에서 유의수준 α%는 구간추정에서 신뢰수준 (100- α)%와 동일한 의미를 갖음

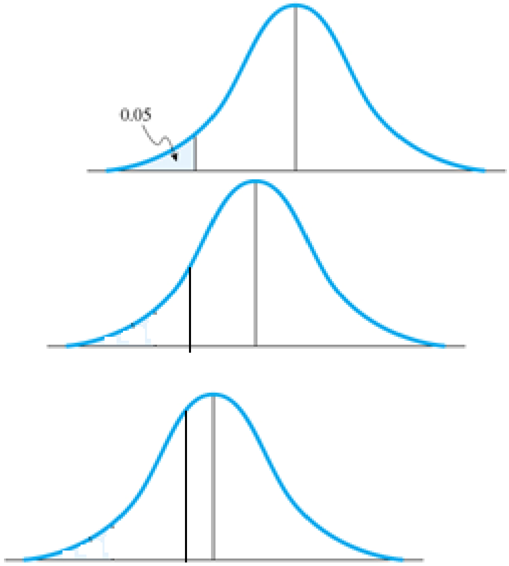
예를 들어, 표준정규분포에서 95% 신뢰구간은 $Pr(-1.96 \le Z \le 1.96) = 0.95$ 에 의하여 구간 (−1.96, 1.96)임을 알 수 있는데, 표준정규분포를 이용하는 검정에서 5% 유의수준 하에서의 기각역은 (−∞, −1.96)과 (1.96, ∞)로 위의 95% 신뢰구간과 반대임

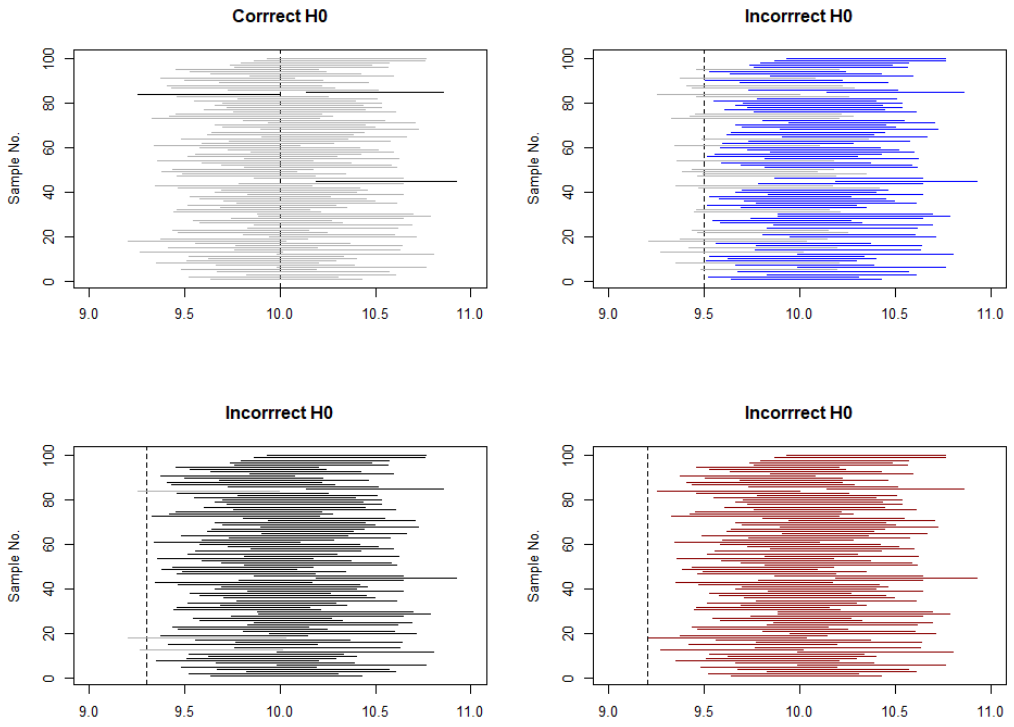
이와 같이 5% 유의수준 하에서의 기각역은 95% 신뢰수준 하에서의 신뢰구간과 반대의 의미를 갖기 때문에 유의수준 α%하에서의 검정은 (100 - α)%의 신뢰수준 하에서의 검정이라고도 함



– (실험 1) 다음 그림은 H_0가 사실이 아님에도 불구하고 H_0를 채택하는 제2종의 오류를 보여줌

– 평균이 10이고 표준편차가 2인 모집단($H_0: \mu_0 = 10$가 사실인 귀무가설)에서 표본크기가 100개인 표본을 10000개를 추출하여 $H_0: \mu_0 = 9.5$, $H_0: \mu_0 = 9.3$, $H_0: \mu_0 = 9.2$의 가설(H_0가 사실이 아님)을 검정하기 위한 신뢰구간을 살펴보면(10000개 중 100개만 살펴보면) 귀무가설의 값이 사실에서 멀어질수록 신뢰구간이 귀무가설이 사실이 아닌 모평균을 포함하는 경우는 점점 적어지는 즉, 제2종의 오류가 작아지는(검정력이 커지는) 것을 확인할 수 있음




Corrrect H0
Incorrrect H0
Incorrrect H0
Incorrrect H0
Sample No.
0
20
40
60
80
100
9.0
9.5
10.0
10.5
11.0