

4-1

# 확률의 기초이론



# 4-1 -1. 집합이론에 대한 기초

## 집합(set)

'개념이 정확하게 정의된 원소들의 모임'

**유한집합**

집합의 원소들의 개수를 정확하게 셀 수 있는 집합

**무한집합**

원소들의 개수가 무한이거나 셀 수 없는 경우의 집합



## 공집합

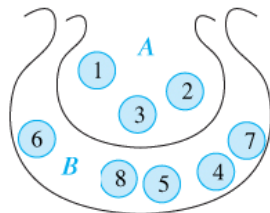
공집합(null set)이란 원소가 하나도 없는 집합을 말하며 " $\phi$ " 또는  $\{ \}$ 으로 표현한다.



## 부분 집합

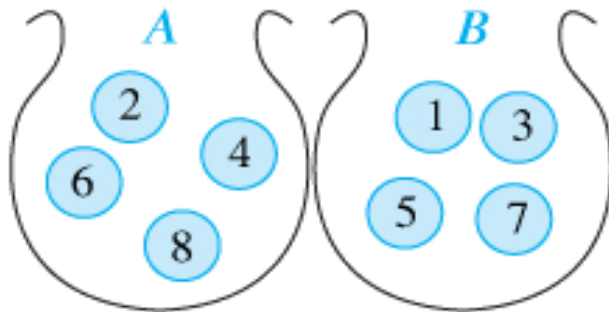
집합 A의 모든 원소들이 집합 B의 원소이면 A는 B의 부분집합이라고 말하며,

$A \subseteq B$  로 표현한다.



## 상호 배반 집합

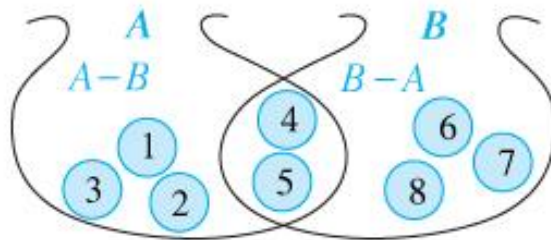
두 집합 A, B가 공통원소를 가지고 있지 않을 때,  
즉, A의 모든 원소는 B에 속하지 않고 B의 모든 원소는 A에 속하지 않으면,  
A와 B는 **상호배반집합(mutually exclusive sets)**이라고 한다.



## 차집합

두 집합 A, B에서 A에 속하나 B에는 속하지 않는 원소들로 이루어진 집합을 A에 대한 B의 차집합이라 하며

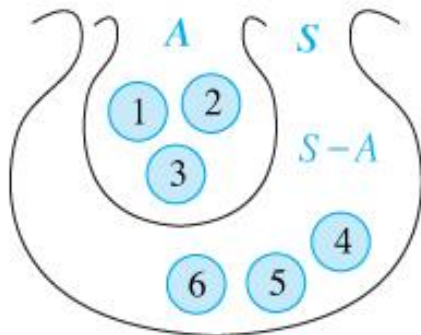
$A-B$  로 표현한다.



## 여집합

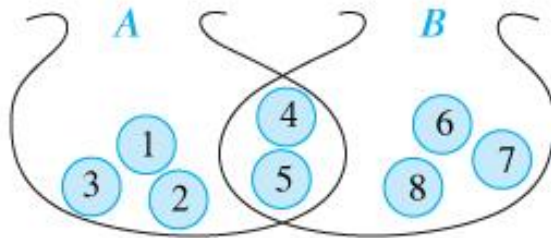
집합  $S$ 의 부분집합  $A$ 에 있어서  $S$ 에 대한  $A$ 의 차집합을  $A$ 의 여집합(complement)이라 하고  $A'$  또는  $A^C$ 로 표현한다.

즉,  $A^C$ 는  $S$ 의 원소들 중에서  $A$ 에 속하지 않는 원소들의 집합이다.



## 합집합과 교집합

- 두 집합  $A$ ,  $B$ 의 합집합(union)은  $A$ ,  $B$  중 어느 하나의 집합에라도 속한 원소들로 구성되는 집합을 말하며  $A \cup B$ 로 표현한다.
- $A$ 와  $B$ 의 교집합(intersection)은  $A$ 와  $B$  모두에 속한 원소들로 구성되며  $A \cap B$  또는  $AB$ 로 표현한다.



## 4-1 -2. 표본공간과 사건

### 표본공간 (sample space : $\Omega$ )

실험에 의하여 나타날 수 있는 실현 가능한 모든 결과들의 집합

(실험 1) 동전 하나를 던지는 실험 :  $\Omega = \{H, T\}$

(실험 2) 동전 두 개를 동시에 던지는 실험 :  $\Omega = \{HH, HT, TH, TT\}$

(실험 3) 주사위 1개를 던지는 실험 :  $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

### 표본공간의 원소

실험에서 나타날 수 있는 개개의 결과들

(실험 1) 원소의 수 = 2

(실험 2) 원소의 수 = 4

(실험 3) 원소의 수 = 6

## 사건 (사상 : events)

사건이란 표본공간의 부분집합으로 표본공간의 원소들 중에서 일부분으로 이루어진 집합으로 표본공간과 사건과의 관계는 집합이론에서 부분집합에 대한 정의로 설명될 수 있다.

사건들은 표본공간의 부분집합이므로 집합이론에서 이용되는

**합집합, 교집합, 여집합**의 개념을 표본공간과 사건에도 적용시킬 수 있다.

(참고) 표본공간의 부분집합의 수 :  $2^n$ ,  $n$ 은 원소의 개수.

공집합( $\Phi$ )과  $\Omega$ 는 항상 부분집합에 포함됨

(실험 1의 부분집합(사건) :  $\Phi, \{H\}, \{T\}, \Omega=\{H, T\}$ )



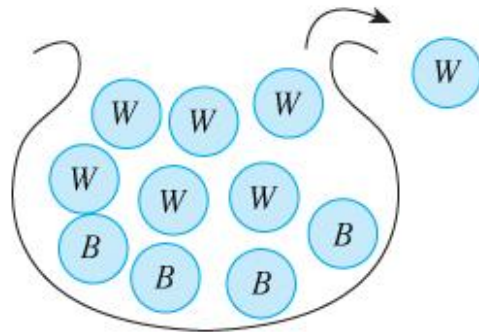
## 4-1 -3. 표본추출방법

### 복원 추출법 (sampling with replacement)

표본을 한 번에 하나씩 추출할 때 한 번 추출된 원소를 다음 표본추출대상에 포함시키는 방법을 복원추출법이라 한다.

### 비복원 추출법 (sampling without replacement)

한 번 추출된 원소는 다음 표본추출 대상에서 제외시키는 방법을 비복원 추출법이라고 한다.



## 4-1 -4. 확률의 기초 개념

확률은 '가능성의 척도'를 측정하는 숫자로 0과 1 사이의 값으로 표현한다.

- ▶ 어떤 사건이 일어날 확률이 0이다.  
→ 그 사건이 발생할 가능성이 전혀 없다는 것을 의미
- ▶ 어떤 사건이 일어날 확률이 1이다.  
→ 그 사건이 틀림 없이 발생한다는 것을 의미



## 확률의 고전적 해석

각각의 사건에 대한 확률은 누구에 의해서도 동일한 값을 갖게 되므로 확률의 고전적 해석을 확률의 객관적 해석이라고도 한다.

### 사건 A의 발생확률

$$P(A) = \frac{N_A}{N_\Omega}$$

$N_A$  : 사건 A에 포함되는 기본 요소들의 수

$N_\Omega$  : 표본공간  $\Omega$ 에 포함되는 기본 요소들의 수

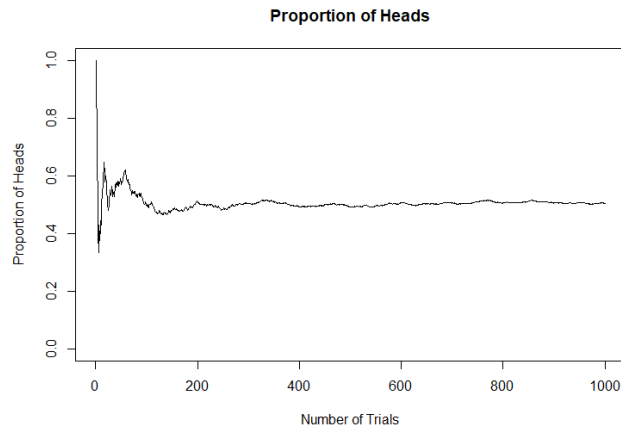
## 확률의 상대도수에 의한 해석

확률의 실험적 접근에 의한 방법으로 **반복실험에 의하여 나타난 결과의 표현**

- ▶ 동일한 실험을 무한히 반복할 때 한 사건에 대하여 상대 도수에 의하여 계산된 확률은 고전적 의미의 확률에 접근한다고 할 수 있다.

```
1 set.seed(123456)
2 x<-rbinom(1000, 1, .5)
3 (table(x))
4 (mean(x))
5
6 cx<-cumsum(x)
7 heads<-numeric(1000)
8
9 for (i in 1:1000) {
10   heads[i]<-cx[i]/i
11 }
12
13 plot(heads, type="l", xlab="Number of Trials",
14       ylab="Proportion of Heads", ylim=c(0,1),
15       main="Proportion of Heads")
```

**그림** 동전을 1,000번 던질 때 앞면의 상대도수



## 확률의 주관적 해석

관찰자의 주관에 따라서 다르게 측정될 수 있는 확률을 주관적 확률이라고 하고, 이러한 접근방법을 확률의 주관적 해석이라고 한다.

