



1. 자기상관함수
2. 편자기상관함수
3. 교차 및 시차상관계수

- 안정적인 확률과정 y_t 의 평균, 분산, 자기공분산, 자기상관, 편자기상관은 다음과 같이 추정

· 표본평균 : $\hat{\mu} = \bar{y} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t$

· 표본분산 : $\hat{\gamma}_0 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2$

· 표본자기공분산 : $\hat{\gamma}_k = \frac{1}{T} \sum_{t=k+1}^T (y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y})$

· 표본자기상관함수 : $\hat{\rho}_k = \frac{\hat{\gamma}_k}{\hat{\gamma}_0}$

· 표본편자기상관함수 : $\hat{\phi}_{11} = \hat{\rho}_k$

$$\hat{\phi}_{kk} = \frac{\hat{\rho}_k - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\phi}_{k-1,j} \hat{\rho}_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\phi}_{k-1,j} \hat{\rho}_j}, \quad k=2, 3, \dots$$

단, $\hat{\phi}_{kj} = \hat{\phi}_{k-1,j} - \hat{\phi}_{kk} \hat{\phi}_{k-1,k-j}, \quad k=3, 4, \dots, j=1, 2, 3, \dots, k-1$

- k 이외의 모든 시차를 갖는 관측치($y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-k+1}$)의 영향력을 배제한 가운데 특정의 두 관측치, y_t 및 y_{t-k} 가 얼마나 관련이 있는 지 나타내는 척도로 회귀계수가 편자기상관함수가 됨
- 즉, $\phi_{kk} = \text{corr}(y_t, y_{t-k} \mid y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-k+1})$
- 시차 k의 편자기상관계수는 다음 식에서 k번째 회귀계수 ϕ_{kk} 를 의미함

$$y_t = \phi_{k1}y_{t-1} + \phi_{k2}y_{t-2} + \dots + \phi_{kk}y_{t-k} + e_t$$

즉, AR(1): $\phi_{11} = \phi_1$

AR(2): $\phi_{22} = \phi_2$

- 표본편자기상관함수 :

$$\hat{\phi}_{11} = \hat{\rho}_k$$

$$\hat{\phi}_{kk} = \frac{\hat{\rho}_k - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\phi}_{k-1,j} \hat{\rho}_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\phi}_{k-1,j} \hat{\rho}_j}, \quad k=2, 3, \dots$$

단, $\hat{\phi}_{kj} = \hat{\phi}_{k-1,j} - \hat{\phi}_{kk} \hat{\phi}_{k-1,k-j}, \quad k=3, 4, \dots, \quad j=1, 2, 3, \dots, k-1$



3. 교차 및 시차상관계수

- 교차 및 시차상관계수는 t기의 특정(기준)변수 x의 값(x_t)과 t+k기에 관찰된 y값(y_{t+k}) 간의 상관관계의 정도를 나타냄
- k=0인 경우 즉, γ_0 인 경우를 교차상관계수(cross correlation coefficient)라고 하고, k≠0인 경우를 시차상관계수(leads and lags correlation)라고도 함

$$\gamma_k = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (x_t - \bar{x})(y_{t+k} - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{t=1}^N (x_t - \bar{x})^2 \sum_{t=1}^N (y_t - \bar{y})^2}}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm k$$

- 교차상관계수 해석
 - $\gamma_0 > 0$: 두 변수들이 서로 같은 방향으로 변화(pro-cyclical:경기순응)
 - $\gamma_0 < 0$: 두 변수들이 서로 반대 방향으로 변화(counter-cyclical:경기역행)
 - $\gamma_0 = 0$: 두 변수들이 서로 경기중립적

- 시차상관계수 해석
 - γ_k 의 값이 최대가 되는 시차 k가 양(+)이면 해당변수 y_t 는 x_t 의 후행지표
 - γ_k 의 값이 최대가 되는 시차 k가 음(-)이면 해당변수 y_t 는 x_t 의 선행지표
 - γ_k 의 값이 최대가 되는 시차 k가 0이면 해당변수 y_t 는 x_t 와 동행지표

| 연도 | 2001 | . | . | 2010 |
|---------------|-------|---|---|----------|
| GDP(x_t) | x_1 | . | . | x_{10} |
| 해당변수(y_t) | x_1 | . | . | x_{10} |

- 만약에 k=2에서 γ_k 의 값이 최대이면, $\gamma_2 = x_1y_3 + x_2y_4 + \dots + x_8y_{10}$ (y가 GDP 뒤따라 변하는 후행지표)
- 만약에 k=-2에서 γ_k 의 값이 최대이면, $\gamma_{-2} = x_3y_1 + x_4y_2 + \dots + x_{10}y_8$ (y가 GDP보다 먼저 변하는 선행지표)

(실증분석 예 : 우리나라 경기변동의 실증분석)

- 표준편차 : 변동성(volatility) 측정
- 상대적 표준편차 : GDP에 대한 상대적 변동성 측정
- 자기상관계수(autocorrelation) : 경기변동의 지속성 측정
- 교차상관계수(cross correlation): GDP와의 동행성(comovement) 측정
 - 경기순응적(pro-cyclical) / 경기중립적(a-cyclical) / 경기역행적(counter-cyclical)
- 시차상관계수(leads and lags correlation):GDP에 대한 선행성 측정
 - 경기선행적(leading) / 경기동행적(coincident) / 경기후행적(lagging)

○ 대상기간 : 1970: I ~1997: III (111분기)

주요변수의 변동폭 및 시차상관계수

| 변수 | 표준편차 | 상대적 표준편차 | GDP와의 시차상관계수 | | | | | | | | | |
|------|------|----------|--------------|-------------|-------------|-------------|---------------|------|-------|-------|-------|--|
| | | | -4 | -3 | -2 | -1 | 0= γ_0 | +1 | +2 | +3 | +4 | |
| GDP | 2.19 | 1.00 | 0.20 | 0.33 | 0.51 | 0.68 | 1.00 | 0.68 | 0.51 | 0.33 | 0.20 | |
| 소비 | 1.01 | 0.46 | 0.01 | 0.16 | 0.30 | 0.50 | <u>0.70</u> | 0.66 | 0.59 | 0.41 | 0.27 | |
| 투자 | 8.01 | 3.65 | 0.12 | 0.33 | 0.53 | 0.67 | <u>0.70</u> | 0.62 | 0.51 | 0.40 | 0.20 | |
| 수출 | 7.17 | 3.27 | 0.27 | 0.37 | <u>0.44</u> | 0.43 | 0.35 | 0.24 | 0.06 | -0.11 | -0.25 | |
| 수입 | 5.97 | 2.72 | -0.02 | 0.18 | 0.44 | 0.65 | <u>0.66</u> | 0.58 | 0.51 | 0.29 | 0.22 | |
| 무역수지 | 2.83 | 1.29 | <u>0.40</u> | 0.37 | 0.31 | 0.19 | 0.12 | 0.00 | -0.13 | -0.22 | -0.37 | |
| 자본스톡 | 0.88 | 0.40 | 0.15 | <u>0.20</u> | 0.16 | 0.15 | 0.09 | 0.05 | 0.02 | -0.02 | -0.05 | |
| 노동투입 | 1.59 | 0.72 | 0.14 | 0.17 | 0.23 | 0.29 | <u>0.35</u> | 0.30 | 0.27 | 0.15 | 0.00 | |
| 교역조건 | 5.61 | 2.56 | 0.36 | 0.41 | 0.50 | <u>0.52</u> | 0.48 | 0.36 | 0.25 | 0.08 | -0.03 | |