



1. 자기상관함수
2. 편자기상관함수
3. 교차 및 시차상관계수

- 안정적인 확률과정 y_t 의 평균, 분산, 자기공분산, 자기상관, 편자기상관은 다음과 같이 추정

· 표본평균 : $\hat{\mu} = \bar{y} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t$

· 표본분산 : $\hat{\gamma}_0 = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2$

· 표본자기공분산 : $\hat{\gamma}_k = \frac{1}{T} \sum_{t=k+1}^T (y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y})$

· 표본자기상관함수 : $\hat{\rho}_k = \frac{\hat{\gamma}_k}{\hat{\gamma}_0}$

· 표본편자기상관함수 : $\hat{\phi}_{11} = \hat{\rho}_k$

$$\hat{\phi}_{kk} = \frac{\hat{\rho}_k - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\phi}_{k-1,j} \hat{\rho}_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\phi}_{k-1,j} \hat{\rho}_j}, \quad k=2, 3, \dots$$

단, $\hat{\phi}_{kj} = \hat{\phi}_{k-1,j} - \hat{\phi}_{kk} \hat{\phi}_{k-1,k-j}, \quad k=3, 4, \dots, j=1, 2, 3, \dots, k-1$

- k 이외의 모든 시차를 갖는 관측치($y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-k+1}$)의 영향력을 배제한 가운데 특정의 두 관측치, y_t 및 y_{t-k} 가 얼마나 관련이 있는 지 나타내는 척도로 회귀계수가 편자기상관함수가 됨
- 즉, $\phi_{kk} = \text{corr}(y_t, y_{t-k} \mid y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-k+1})$
- 시차 k의 편자기상관계수는 다음 식에서 k번째 회귀계수 ϕ_{kk} 를 의미함

$$y_t = \phi_{k1}y_{t-1} + \phi_{k2}y_{t-2} + \dots + \phi_{kk}y_{t-k} + e_t$$

즉, AR(1): $\phi_{11} = \phi_1$

AR(2): $\phi_{22} = \phi_2$

- 표본편자기상관함수 :

$$\hat{\phi}_{11} = \hat{\rho}_k$$

$$\hat{\phi}_{kk} = \frac{\hat{\rho}_k - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\phi}_{k-1,j} \hat{\rho}_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \hat{\phi}_{k-1,j} \hat{\rho}_j}, \quad k=2, 3, \dots$$

단, $\hat{\phi}_{kj} = \hat{\phi}_{k-1,j} - \hat{\phi}_{kk} \hat{\phi}_{k-1,k-j}, \quad k=3, 4, \dots, \quad j=1, 2, 3, \dots, k-1$



3. 교차 및 시차상관계수

- 교차 및 시차상관계수는 t기의 특정(기준)변수 x의 값(x_t)과 t+k기에 관찰된 y값(y_{t+k}) 간의 상관관계의 정도를 나타냄
- k=0인 경우 즉, γ_0 인 경우를 교차상관계수(cross correlation coefficient)라고 하고, k≠0인 경우를 시차상관계수(leads and lags correlation)라고도 함

$$\gamma_k = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (x_t - \bar{x})(y_{t+k} - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{t=1}^N (x_t - \bar{x})^2 \sum_{t=1}^N (y_t - \bar{y})^2}}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm k$$

- 교차상관계수 해석
 - $\gamma_0 > 0$: 두 변수들이 서로 같은 방향으로 변화(pro-cyclical:경기순응)
 - $\gamma_0 < 0$: 두 변수들이 서로 반대 방향으로 변화(counter-cyclical:경기역행)
 - $\gamma_0 = 0$: 두 변수들이 서로 경기중립적

- 시차상관계수 해석
 - γ_k 의 값이 최대가 되는 시차 k가 양(+)이면 해당변수 y_t 는 x_t 의 후행지표
 - γ_k 의 값이 최대가 되는 시차 k가 음(-)이면 해당변수 y_t 는 x_t 의 선행지표
 - γ_k 의 값이 최대가 되는 시차 k가 0이면 해당변수 y_t 는 x_t 와 동행지표

연도	2001	.	.	2010
GDP(x_t)	x_1	.	.	x_{10}
해당변수(y_t)	x_1	.	.	x_{10}

- 만약에 k=2에서 γ_k 의 값이 최대이면, $\gamma_2 = x_1y_3 + x_2y_4 + \dots + x_8y_{10}$ (y가 GDP 뒤따라 변하는 후행지표)
- 만약에 k=-2에서 γ_k 의 값이 최대이면, $\gamma_{-2} = x_3y_1 + x_4y_2 + \dots + x_{10}y_8$ (y가 GDP보다 먼저 변하는 선행지표)

(실증분석 예 : 우리나라 경기변동의 실증분석)

- 표준편차 : 변동성(volatility) 측정
- 상대적 표준편차 : GDP에 대한 상대적 변동성 측정
- 자기상관계수(autocorrelation) : 경기변동의 지속성 측정
- 교차상관계수(cross correlation): GDP와의 동행성(comovement) 측정
 - 경기순응적(pro-cyclical) / 경기중립적(a-cyclical) / 경기역행적(counter-cyclical)
- 시차상관계수(leads and lags correlation):GDP에 대한 선행성 측정
 - 경기선행적(leading) / 경기동행적(coincident) / 경기후행적(lagging)

○ 대상기간 : 1970: I ~1997: III (111분기)

주요변수의 변동폭 및 시차상관계수

변수	표준편차	상대적 표준편차	GDP와의 시차상관계수									
			-4	-3	-2	-1	0= γ_0	+1	+2	+3	+4	
GDP	2.19	1.00	0.20	0.33	0.51	0.68	1.00	0.68	0.51	0.33	0.20	
소비	1.01	0.46	0.01	0.16	0.30	0.50	<u>0.70</u>	0.66	0.59	0.41	0.27	
투자	8.01	3.65	0.12	0.33	0.53	0.67	<u>0.70</u>	0.62	0.51	0.40	0.20	
수출	7.17	3.27	0.27	0.37	<u>0.44</u>	0.43	0.35	0.24	0.06	-0.11	-0.25	
수입	5.97	2.72	-0.02	0.18	0.44	0.65	<u>0.66</u>	0.58	0.51	0.29	0.22	
무역수지	2.83	1.29	<u>0.40</u>	0.37	0.31	0.19	0.12	0.00	-0.13	-0.22	-0.37	
자본스톡	0.88	0.40	0.15	<u>0.20</u>	0.16	0.15	0.09	0.05	0.02	-0.02	-0.05	
노동투입	1.59	0.72	0.14	0.17	0.23	0.29	<u>0.35</u>	0.30	0.27	0.15	0.00	
교역조건	5.61	2.56	0.36	0.41	0.50	<u>0.52</u>	0.48	0.36	0.25	0.08	-0.03	